

CAOS NAS RESSONÂNCIAS 2:1 E 3:1 NO SISTEMA NETUNO-TRITÃO-PROTEUS. Iuri Baranov Pereira Raymundo, Tadashi Yokoyama. – Astronomia - Física - Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Campus de Rio Claro.

O sistema Netuno-Tritão é muito peculiar. Tritão é um satélite natural de Netuno de massa considerável ($M_T/M_N \approx 2.09 \times 10^{-4}$), órbita retrógrada, excentricidade $\approx 1.6 \times 10^{-5}$ e elevada inclinação $\approx 157.3^\circ$. Devido aos efeitos da maré Tritão está em processo de queda (atualmente seu semi-eixo é $\approx 14.325 R_N$, R_N é o raio equatorial de Netuno), portanto, futuramente seu movimento médio entrará em ressonância com o movimento médio de satélites mais internos. Estamos mais interessados nas condições de ressonância entre Tritão e Proteus.

As ressonâncias mais significativas são 3:1 (quando o movimento médio de Proteus for 3 vezes maior que o de Tritão, $\eta_p = 3\eta_T$) e posteriormente 2:1 ($\eta_p = 2\eta_T$). O sistema é muito particular, pois os exemplos clássicos do sistema solar são os de ressonâncias no caso direto.

Além disso, a NASA tem como objetivo enviar uma missão ao sistema Netuno-Tritão (2008-2013). Esse interesse é justificável pelo sucesso da missão Voyager (missão essa que descobriu os satélites internos de Tritão (Proteus, Larissa, Galatea, Despina, Thalassa e Naiad)), e de outras mais recentes como a de Galileo (Júpiter) e em 2004 a Cassini, que entrou em órbita em torno de Saturno e lançou a Huyghens em Titã.

Testes realizados mostraram que, nas regiões ressonantes estudadas, ocorre uma forte instabilidade. Tal instabilidade causou, em ambos os casos (ressonância 3:1 e 2:1), a ejeção do satélite e um grande aumento da inclinação do mesmo. Foi verificado o importante papel desempenhado pelo achatamento de Netuno.

Montou-se as equações do movimento do satélite em coordenadas cartesianas no sistema planetocêntrico, perturbado pela presença de Tritão e também pelo achatamento de Netuno.

A função perturbadora devida ao achatamento de Netuno é dada por:

$$R_{J_2} = -GM_N J_2 R_N^2 \left[\frac{P_2(\sin(\beta))}{r^3} \right]$$

Onde G é a constante de gravitação universal, M_N é a massa de Netuno, β é a latitude equatorial do satélite (natural ou não), J_2 é o coeficiente numérico do harmônico de segunda ordem (coeficiente do achatamento), R_N é o raio equatorial de Netuno, r é a distância entre o satélite e Netuno e P_2 é o polinômio de Legendre de ordem 2.

A perturbação causada pela presença de Tritão é da seguinte forma:

$$R = Gm_T \left[\frac{1}{\Delta} - \left(\frac{x_S x_T + y_S y_T + z_S z_T}{r_T^3} \right) \right]$$

Onde m_T é a massa de Tritão, Δ é a distância entre o satélite e Tritão, r_T é a distância de Tritão à Netuno e (x_S, y_S, z_S) e (x_T, y_T, z_T) são as coordenadas do satélite e Tritão, respectivamente. Portanto as equações do movimento do satélite ficam:

$$\ddot{x}_S = -\frac{GM_N x_S}{r_S^3} + \frac{\partial R}{\partial x_S} + \frac{\partial R_{J_2}}{\partial x_S}$$

$$\ddot{y}_S = -\frac{GM_N y_S}{r_S^3} + \frac{\partial R}{\partial y_S} + \frac{\partial R_{J_2}}{\partial y_S}$$

$$\ddot{z}_S = -\frac{GM_N z_S}{r_S^3} + \frac{\partial R}{\partial z_S} + \frac{\partial R_{J_2}}{\partial z_S}$$

Para o cálculo do semi-eixo ressonante de Tritão utilizamos a terceira lei de Kepler:

$$\mu = \eta^2 a^3$$

Onde η é o movimento médio, a é o semi-eixo maior, $\mu = G(M_{Netuno} + M_{corpo})$ e G é a constante universal gravitacional.

O integrador utilizado foi o RADAU com precisão XL=0.01d0. As integrações foram feitas com o sistema conservativo, ou seja, sem contar os efeitos da maré.

Feitas as simulações observou-se que a perturbação causada pelo achatamento é crucial para a instabilidade do satélite.

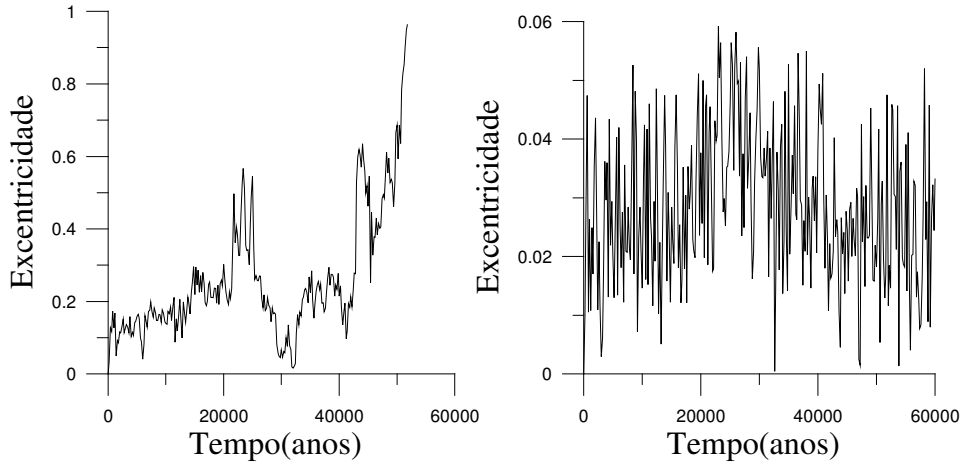


Figura 1: Região ressonante 2:1. Caso retrógrado. O gráfico mostra a diferença de comportamento da excentricidade quando se leva em conta o achatamento de Netuno. Na esquerda o achatamento está presente, na direita não. Condições iniciais de Tritão: $a_T = 7.54R_N$, $e = 1.6 \times 10^{-5}$, $I_T = 152.73^\circ$.

Condições iniciais de Proteus: $a_T = 4.75R_N$, $e = 1.0 \times 10^{-3}$, $I_T = 1^\circ$.

Pela figura 1 vemos que após aproximadamente 60 mil anos o satélite é ejetado quando a perturbação do achatamento está presente. No caso sem achatamento, a variação é muito pouca. Efeito similar foi observado na ressonância 3:1.

Outros testes foram feitos para o caso de Tritão com órbita direta ($I_T < 90^\circ$), e em nenhum caso foi observado escape de Proteus. Segue abaixo um exemplo do caso direto, onde tomou-se o mesmo semi-eixo do caso retrógrado acima.

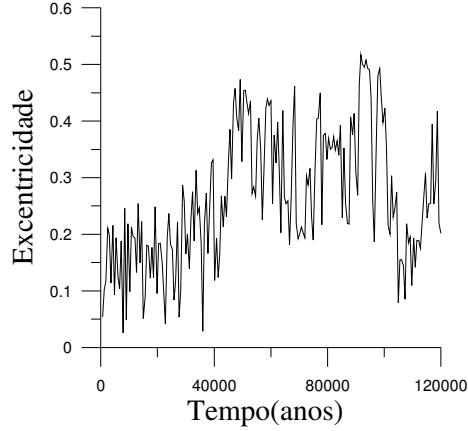


Figura 2: Região ressonante 2:1. Caso direto. Com achatamento. Condições iniciais de Tritão:
 $a_T = 7.54R_N, e = 1.6 \times 10^{-5}, I_T = 27.27^\circ$. Condições iniciais de Proteus:
 $a_T = 4.75R_N, e = 1.0 \times 10^{-3}, I_T = 1^\circ$.

O fato do achatamento ser crucial para a ejeção do satélite sugere a presença de caos nas regiões de ressonância. Fez-se um estudo sobre o máximo Expoente Característico de Lyapunov. Ele mede a taxa exponencial média de divergência de trajetórias ao redor de uma dada trajetória. O expoente de Lyapunov é dado por:

$$\lambda_n = \frac{1}{nT} \sum_{i=1}^n \ln \frac{d_i}{d_0}$$

Onde T é um intervalo fixo de tempo, d_0 é a distância de separação inicial, e d_i é a distância após o tempo T. Se obtivermos valores positivos de λ_n podemos concluir que a órbita é caótica.

Para evitar problemas de escolha de distância de separação inicial, optou-se por usar as equações variacionais, que são definidas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{x}_s &= \frac{\partial \ddot{x}_s}{\partial x_s} \Delta x_s + \frac{\partial \ddot{x}_s}{\partial y_s} \Delta y_s + \frac{\partial \ddot{x}_s}{\partial z_s} \Delta z_s \\ \Delta \ddot{y}_s &= \frac{\partial \ddot{y}_s}{\partial x_s} \Delta x_s + \frac{\partial \ddot{y}_s}{\partial y_s} \Delta y_s + \frac{\partial \ddot{y}_s}{\partial z_s} \Delta z_s \\ \Delta \ddot{z}_s &= \frac{\partial \ddot{z}_s}{\partial x_s} \Delta x_s + \frac{\partial \ddot{z}_s}{\partial y_s} \Delta y_s + \frac{\partial \ddot{z}_s}{\partial z_s} \Delta z_s \end{aligned}$$

Segue abaixo alguns resultados dos expoentes nas regiões de ressonância.

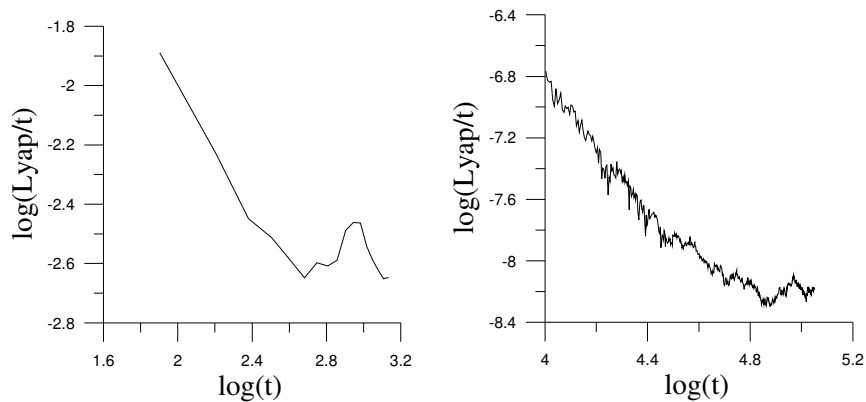


Figura 3: Região ressonante 2:1 e 3:1, respectivamente. Caso retrógrado. Com achatamento.

Os resultados dos expoentes mostraram que a região de ressonância 2:1 é sempre caótica, tanto no caso retrógrado como no caso direto, com ou sem achatamento. Na ressonância 3:1 apenas foi observado caos no caso retrógrado com achatamento. Pode-se concluir que o caos verificado na ressonância 2:1 apresenta-se de forma mais destrutiva do que no caso 3:1.

Referências Bibliográficas

- Brouwer, D.; Clemence, G., 1961. *Methods of Celestial Mechanics*. Academic Press, New York.
- Lichtenberg, A. J.; Lieberman M. A., 1994. *Regular and Stochastic Motion*. Springer Verlag, New York.
- Nascimento C., 2003. *Possíveis Consequências na Evolução de Tritão em queda*. Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro.
- Tancredi G. et al, 2001. *A Comparison Between Methods to Compute Lyapunov Exponents*. The Astronomy and Astrophysics Journal, 121, 1171-1179.

Bolsa: CNPq/PIBIC